Chapter -4

Locus and its equation

Lecture 2

10) **একটি বিন্দু এমনভাবে চলছে যে, দুটি স্থির বিন্দু (a, 0) ও (0, a) হতে এর দূরুত্ব বর্গের অন্তরফল সর্বদা 2a হয়।চলমান বিন্দুটির সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।**

ধরি, চলমান বিন্দুর স্থানাংক P (x, y)

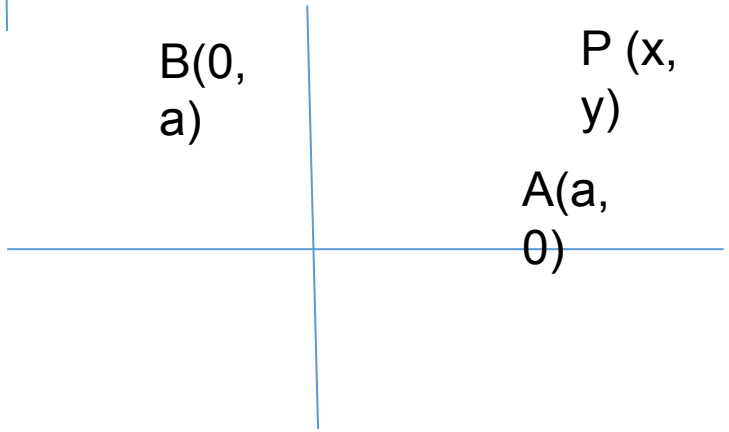
দেওয়া আছে, A(a, 0) এবং B(0, a) দুটি স্থির বিন্দু

$$PA^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2$$
$$= x^2 - 2ax + a^2 + y^2$$
$$PB^2 = (x-0)^2 + (y-a)^2$$
$$= x^2 + y^2 - 2ay + a^2$$

প্রশ্নানুযায়ী,

$$PA^2 - PB^2 = \pm 2a \quad \text{.....(i)}$$
$$\Rightarrow (x^2 - 2ax + a^2 + y^2) - (x^2 + y^2 - 2ay + a^2) = \pm 2a$$
$$\Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - x^2 - y^2 + 2ay - a^2) = \pm 2a$$
$$\Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - x^2 - y^2 + 2ay - a^2 = \pm 2a$$
$$\Rightarrow -2ax + 2ay = \pm 2a$$
$$\Rightarrow 2a(y - x) = \pm 2a$$
$$\Rightarrow y - x = \pm 1$$

এটাই P বিন্দুর সঞ্চার পথের সমীকরণ।



16) **একটি বিন্দু এমনভাবে চলছে (3, 2) বিন্দু হতে দূরুত্ব x = 0 রেখা হতে এর দূরুত্বের তিনগুণ হয়, বিন্দুটির সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।**

ধরি, চলমান বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $P(x,y)$

প্রদত্ত বিন্দু $A(3,2)$

$PA = \sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$

আবার, $x=0$ -অর্থাৎ y অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব $= x$

শর্তমতে $\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2} = 3x$

$\Rightarrow (x-3)^2+(y-2)^2 = 9x^2$

$\Rightarrow x^2-6x+9+y^2-4y+4 = 9x^2$

$\Rightarrow 8x^2-y^2+6x+4y-13 = 0$

এটাই নির্ণেয় সঞ্চার পথের সমীকরণ।

17) **একটি বিন্দু এমনভাবে চলছে যেন, (3,0) ও (-3, 0) বিন্দুদ্বয় হতে এর দূরুত্বের সমষ্টি সর্বদা 10 হয়। তবে চলমান বিন্দুটির সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।**

ধরি, চলমান বিন্দুটির স্থানাংক $P(x, y)$

এবং প্রদত্ত বিন্দু $A(3,0)$ এবং $B(-3,0)$

$$PA = \sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2}$$
$$= \sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$PB = \sqrt{(x+3)^2+(y-0)^2}$$
$$= \sqrt{(x+3)^2+y^2}$$

প্রশ্নানুযায়ী, $\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2} = 10$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+3)^2+y^2} = 10-\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow (x+3)^2+y^2 = 100-20\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$
$$+(x-3)^2+y^2$$

$$\Rightarrow (x+3)^2-(x-3)^2 = 100 - 20\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow (x+3+x-3)(x+3-x+3) = 100 - 20\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow 12x = 100 - 20\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow 3x = 25 - 5\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{(x-3)^2+y^2} = 25-3x$$

$$\Rightarrow 25(x^2-6x+9+y^2) = (25-3x)^2$$

$$\Rightarrow 25(x^2-6x+9+y^2) = 625-150x+9x^2$$

$$\Rightarrow 25x^2-150x+225+25y^2-625+150x-9x^2=0$$

$\Rightarrow 16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$

$\Rightarrow 16x^2 + 25y^2 = 400$

$\Rightarrow \frac{16}{400}x^2 + \frac{25}{400}y^2 = \frac{400}{400}$

$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

নির্ণেয় অক্ষাবপাতের সমীকরণ