Chapter -4

Locus and its equation

Lecture 2

সংক্ষিপ্ত

4) দেখাও যে, y = 2x + 2 সঞ্চারপথের সমীকরন (0,2) ও (2, 6) দ্বারা সিদ্ধ।

দেওয়া আছে, y = 2x + 2 সঞ্চারপথের সমীকরন

উভয় পক্ষে x = 0 এবং y = 2 বসিয়ে পাই,

L. H. S. =
2

$R.\ H.\ S. = 2 \times 0 + 2 = 2$

L.H. S. = R. H.
S.

$\therefore (0, 2)$ বিন্দু দ্বারা সমীকরনটি।

আবার, উভয় পক্ষে x = 2 এবং y = 6 বসিয়ে পাই,

L. H. S. =
6

$R.\ H.\ S. = 2 \times 2 + 2 = 6$

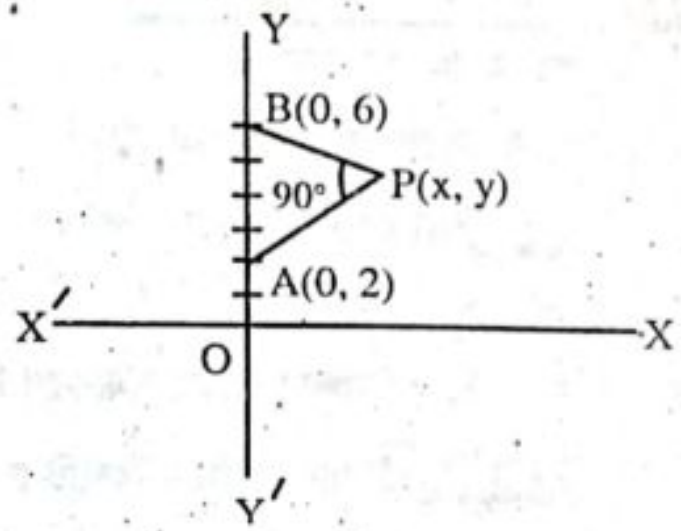
L.H. S. = R. H.
S.

$\therefore (2, 6)$ বিন্দু দ্বারা সমীকরনটি।

উদাহরণ-৭। A(0,2) এবং B(0,6) দুটি স্থির বিন্দু। P বিন্দুর সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর, যাতে AB রেখা P বিন্দুতে সর্বদা এক সমকোণ উৎপন্ন করে। [টেক্স-২০১৭(পরি)]

সমাধান ঃ

ধরি, চলমান বিন্দু P(x, y)। দেওয়া আছে, A(0, 2), B(0,6)



$\therefore \quad PA^2 = (x-0)^2 + (y-2)^2 = x^2 + y^2 - 4y + 4$

$PB^2 = (x-0)^2 + (y-6)^2 = x^2 + y^2 - 12y + 36$

$AB^2 = (0-0)^2 + (2-6)^2 = 16$

প্রশ্নমতে,

$PA^2 + PB^2 = AB^2$

বা, $x^2 + y^2 - 4y + 4 + x^2 + y^2 - 12y + 36 = 16$

বা, $2x^2 + 2y^2 - 16y + 40 - 16 = 0$

বা, $2x^2 + 2y^2 - 16y + 24 = 0$

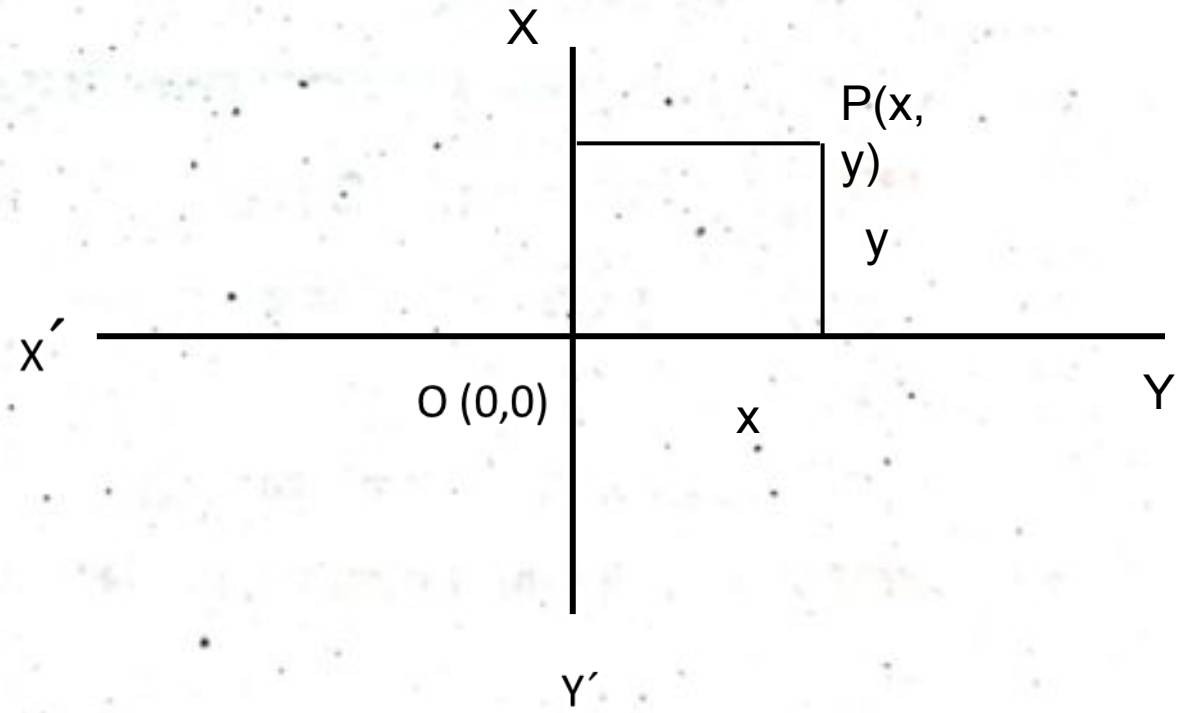
বা, $2(x^2 + y^2 - 8y + 12) = 0$

বা, $x^2 + y^2 - 8y + 12 = \frac{0}{2}$

$\therefore x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$; এটাই নির্ণেয় সঞ্চার পথের সমীকরণ। **Ans.**

উদাহরণ-৮। একটি বিন্দু এমনভাবে চলছে যে, y– অক্ষ হতে এর দূরত্ব, x অক্ষ হতে এর দূরত্বের অর্ধেক। বিন্দুটির সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর। [বাকাশিবো-২০১২(পরি)]

সমাধান: ধরি, চলমান বিন্দুটি (x, y)



(x, y) বিন্দু হতে x অক্ষের দূরত্ব = y

(x, y) বিন্দু হতে y অক্ষের দূরত্ব = x

∴ শর্তমতে, $x = \frac{1}{2}y$

বা, $y = 2x$

∴ $y = 2x$

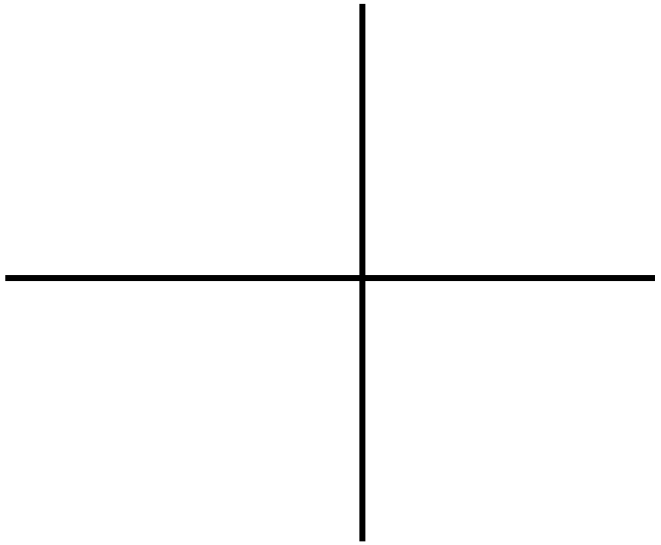
∴ $y = 2x$

এটিই নির্ণেয় সঞ্চয় পথের সমীকরণ।

রচনামূলক

8) একটি বিন্দু এমনভাবে চলছে যে, Y – অক্ষ হতে এর দূরুত্ব (2,2) বিন্দু হতে এর দূরুত্বের দ্বিগুণ। বিন্দুটির সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ধরি, চলমান বিন্দুর স্থানাংক P (x, y)



P (x, y) বিন্দু হতে Y অক্ষের দূরুত্ব = x

P (x, y) বিন্দু হতে (2, 2) অক্ষের দূরুত্ব = $\sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2}$

$= \sqrt{x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4}$

$= \sqrt{x^2 + 4x + 8 + y^2 - 4y}$

প্রশ্নানুযায়ী, $x = 2\sqrt{x^2 - 4x + 8 + y^2 - 4y}$

$\Rightarrow x^2 = 4(x^2 - 4x + 8 + y^2 - 4y)$

$\Rightarrow x^2 = 4x^2 - 16x + 32 + 4y^2 - 16y$

$\Rightarrow 3x^2 - 16x + 32 + 4y^2 - 16y = 0$

এটাই নির্ণেয় সঞ্চার পথের সমীকরণ।

9) **A(0,4) এবং B(0,6) দুটি স্থির বিন্দু। P একটি চলমান বিন্দু এমনভাবে চলছে যেন, AB সরলরেখা P বিন্দুতে সর্বদা এক সমকোণ উৎপন্ন করে। P বিন্দুটির সঞ্চার পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।**

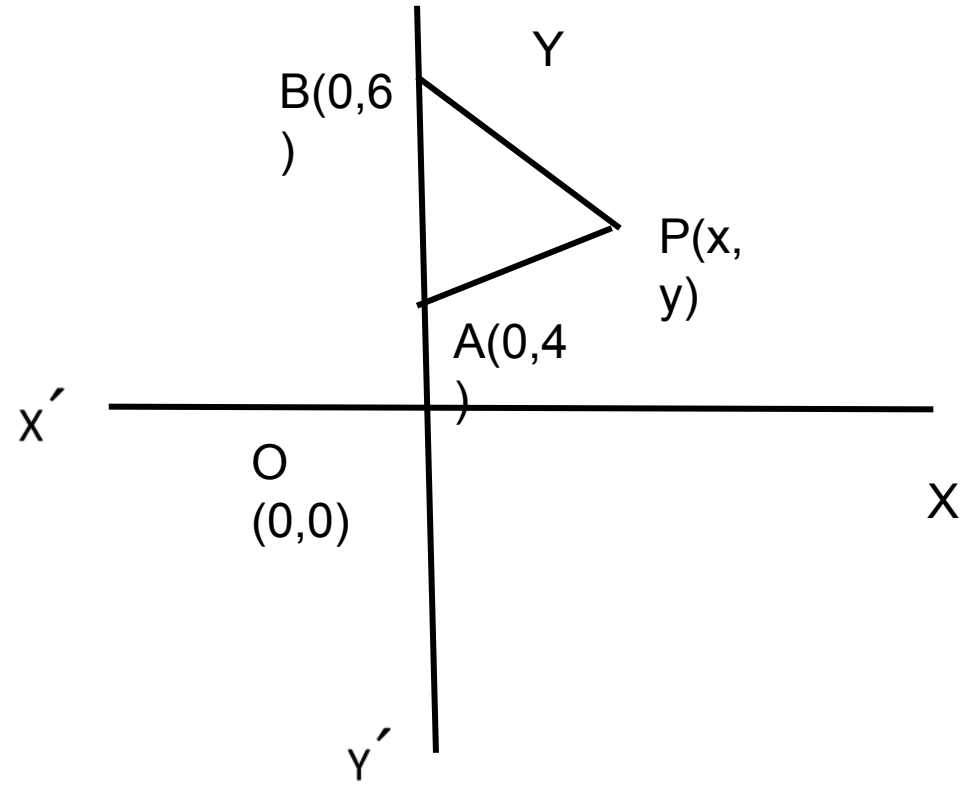
ধরি, চলমান বিন্দুর স্থানাংক P (x, y)

দেওয়া আছে, A(0,4) এবং B(0,6) দুটি স্থির বিন্দু

P বিন্দু AB সরলরেখার সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে

$\angle APB =$ এক সমকোণ

∴ APB একটি সমকোণী ত্রিভুজ



$$AB^2 = PA^2 + PB^2 \text{ .....(i)}$$

$$AB^2 = (0-0)^2 + (6-4)^2$$

$$= 2^2 = 4$$

$$PA^2 = (x-0)^2 + (y-4)^2$$

$$= x^2 + y^2 - 8y + 16$$

$$PB^2 = (x-0)^2 + (y-6)^2$$

$$= x^2 + y^2 - 12y + 36$$

(i) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - 8y + 16 + x^2 + y^2 - 12y + 36 = 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 20y + 48 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 10y + 24 = 0$$

এটাই P বিন্দর সঞ্চার পথের সমীকরণ।