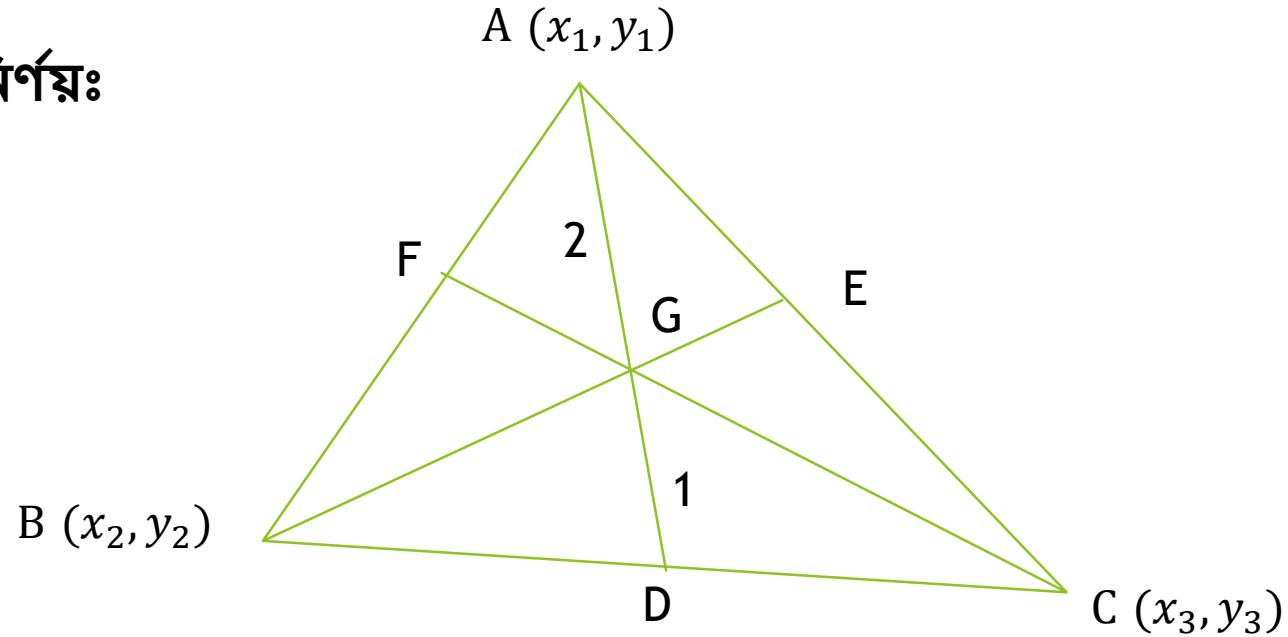
ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র নির্ণয়ঃ



BC এর মধ্যবিন্দু D এর স্থানাংক = $\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

ধরি, G এর স্থানাংক (x, y)

$$x = \frac{2\,\frac{x_2+x_3}{2} + 1.x_1}{2+1}$$

$$= \frac{\frac{2x_2+2x_3+2x_1}{2}}{2+1}$$

$$= \frac{\frac{2\,(x_2+x_3+x_1)}{2}}{2+1}$$

$$= \frac{(x_1+x_2+x_3)}{3}$$

$$y = \frac{2\,\frac{y_2+y_3}{2} + 1.y_1}{2+1}$$

$$= \frac{\frac{2y_2+2y_3+2y_1}{2}}{2+1}$$

$$= \frac{\frac{2\,(y_2+y_3+y_1)}{2}}{2+1}$$

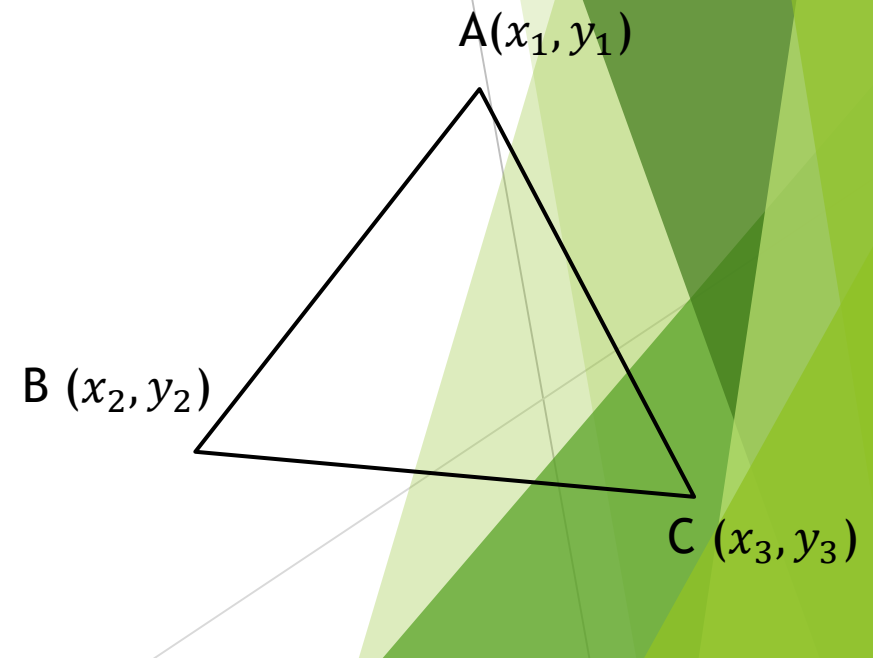
$$= \frac{(y_1+y_2+y_3)}{3}$$

৩.৫ একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর প্রেক্ষিতে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় (Find the area of a triangle in terms of the co-ordinates of its vertices) ঃ

মনে করি, ABC ত্রিভুজের A, B ও C বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (x_1, y_1), (x_2, y_2) ও (x_3, y_3) ।

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}.$$



১৪। $(0,0), (3,-3)$ ও $(3,-5)$ বিন্দু দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [টেক্স-২০১৪, ১৫]

সমাধান: ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(-15+9)$

$= \frac{1}{2}(-6) = |-3| = 3$ [∵ ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হতে পারেন।]

∴ ক্ষেত্রফল 3 বর্গ একক **Ans.**

১৫। A(0, 1), B(2, 1), C(4, 5) হলে, ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? [টেক্স-২০১৪(পরি)]

সমাধান: ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\{0(1-5) - 1(2-4) + 1(10-4)\}$

$= \frac{1}{2}(2+6) = \frac{1}{2} \times (8) = 4$ বর্গ একক। **Ans.**

১৬। (0, 0), (3, 0) এবং (3, 3) শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর। [টেক্স-২০১৫(পরি)]

সমাধান: ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র $= \left(\frac{0+3+3}{3}, \frac{0+0+3}{3}\right)$

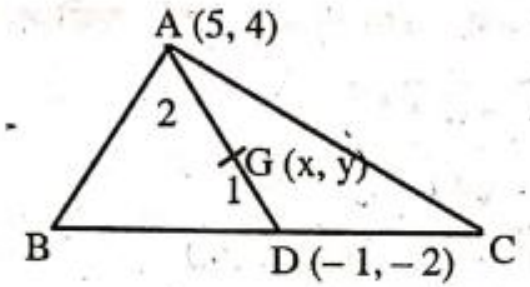
$= \left(\frac{6}{3}, \frac{3}{3}\right)$

$= (2, 1)$ **Ans.**

১৭। একটি ত্রিভুজের একটি শীর্ষ (5, 4) এবং এর বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু (– 1, – 2) হলে, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর।

[টেক্স-২০১২]

সমাধান:



ধরি, ত্রিভুজের প্রদত্ত শীর্ষবিন্দু A(5, 4), তার বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু D(– 1, – 2) এবং ভরকেন্দ্র G(x, y)।

অতএব, AG ঃ GD = 2 ঃ 1

$$\therefore x = \frac{2.(-1)+1.5}{2+1} = \frac{-2+5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = \frac{2.(-2)+1.4}{2+1} = \frac{-4+4}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

∴ ভরকেন্দ্র G(x, y) = (1, 0) **Ans.**

উদাহরণ-৯। দেখাও যে, (1, 2), (2, 1) ও (4, –1) বিন্দু তিনটি সমরেখ। [টেক্স-১৭]

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হলে বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে।

এখন বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\,[\,1.(1+1) - 2(2-4) + 1(-2-4)$$

$$= \frac{1}{2}[\,2+4-6\,] = \frac{1}{2}(6-6) = 0$$

∴ প্রদত্ত বিন্দু তিনটি সমরেখ।

উদাহরণ-১০। A, B, ও C বিন্দু তিনটি স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, 2), (–5, 1), (x, y) এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল + 18 বর্গ একক হলে দেখাও যে, $x - 6y = 25$ [টেক্স-২০১৭]

সমাধান: ΔABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2}[\,1.(1-y) - (-5 - x + 1.(-5y - x)\,]$$

$$= \frac{1}{2}(1 - y + 10 + 2x - 5y - x)$$

$$= \frac{1}{2}(\bar{x} - 6y + 11)$$

প্রদত্ত $\frac{1}{2}(x - 6y + 11) = 18$

$\Rightarrow x - 6y + 11 = 36$

$\Rightarrow x - 6y = 25$ **(Proved)**