Type 1 non-Repeated and linear

(i) $\frac{x+3}{(x+2)(x+1)} \equiv \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x+1)}$ ← equivalence (*)(+)(-) ← 1

(ii) $(x+2)(x+1)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$(x+3) \equiv A(x+1) + B(x+2)$ ——— (2)

(iii) যদি, $x = -1$; $-1+3 = B(-1+2)$ ∴ $B = 2$

আবার যদি, $x = -2$; $(-2+3) = A(-2+1)$ ∴ $A = -1$

∴ A ও B এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x+3}{(x+2)(x+1)} = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$ Ans

Type 2 Repeated & linear

(*) $\frac{x+3}{(x+2)^2} \equiv \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x+2)^2}$

(*) $\frac{(x+3)}{(x+2)^2(x+1)} \equiv \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+2)} + \frac{C}{(x+2)^2}$

Type (3)

* $\frac{x+3}{(x^2+1)(x+5)} \equiv \frac{A}{(x+5)} + \frac{Bx+C}{(x^2+1)}$

* $\frac{x+3}{(x^2+1)(x^2-4)} \equiv \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)}$

$= \frac{x+3}{(x^2+1)(x+2)(x-2)}$

Non linear, non repeated

Type 4

$\frac{x+3}{(x^2+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)}$

non-linear, repeated

④

(i) $\frac{7-2x}{(x+1)(x-2)^2} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2}$ ——— (1)

(ii) উভয়পক্ষকে $(x+1)(x-2)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$(7-2x) \equiv A(x-2)^2 + B(x+1)(x-2) + C(x+1)$ ——— (2)

(iii) $\boxed{x=2} \Rightarrow 7-2.2 = C(2+1) \Rightarrow 3 = 3C \Rightarrow \boxed{C=1}$

আবার, $\boxed{x=-1} \Rightarrow 7-2.(-1) = A(-1-2)^2$

$\Rightarrow 7+2 = 9A \Rightarrow 9 = 9A \Rightarrow \boxed{A=1}$

বামপক্ষ

$x^2+5x+7 \equiv (A+B)x^2 + Cx + D$ ★

x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই; $A+B=1$ ★

x " " " " " ; $C=5$

ধ্রুবপদের " " " " ; $D=7$ ★

আবার, $7-2x+0.x^2 \equiv A(x^2-4x+4) + B(x^2-x-2) + Cx + C$

$\Rightarrow 7-2x+0.x^2 \equiv (A+B)x^2 - (4A+B)x + (4A-2B+C)$

এখন, x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই, $A+B=0$

$\therefore 1+B=0 \quad [\because A=1]$

$B=-1$

$\therefore A, B, C$ এর মান (i) এ বসিয়ে পাই, $\frac{7-2x}{(x+1)(x-2)^2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$

(ক) : $\frac{x^2-x+1}{(x-1)(x^2+1)} \equiv \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+1)}$ ——— (i)

উভয়পক্ষকে $(x-1)(x^2+1)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2-x+1 \equiv A(x^2+1) + (Bx+C)(x-1)$ ——— (ii)

এখন $x=1$ হলে (ii) থেকে পাই,

$1-1+1 = A(1+1) \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{2}}$

(খ) $x^2-x+1 \equiv Ax^2+A+Bx^2+Cx-Bx-C$

$\Rightarrow x^2-x+1 \equiv (A+B)x^2 + (C-B)x + (A-C)$

(ii) এ x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই: $A+B=1$

$\Rightarrow \frac{1}{2}+B=1 \Rightarrow \boxed{B=\frac{1}{2}}$

" x " " " " " : $C-B=-1$

$\Rightarrow C-\frac{1}{2}=-1 \Rightarrow \boxed{C=-\frac{1}{2}}$

∴ (i) হতে পাই: $\frac{x^2-x+1}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{1}{2(x-1)} + \frac{-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}{(x^2+1)}$

$= \frac{1}{2(x-1)} \quad \frac{(x-1)}{2(x^2+1)}$ (Ans)

প্রশ্নমালা–1

অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর

1. প্রকৃত ভগ্নাংশের সংজ্ঞা দাও। *[বাকাশিবো : '০৩, '০৪, '১১(R), '১২(R), '২০]*

   অথবা, বীজগণিতীয় প্রকৃত ভগ্নাংশ বলতে কী বুঝায়?

   উত্তর : $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ আকারের মূলদ ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয় যদি লব $f(x)$-এর মাত্রা হর $\varphi(x)$-এর মাত্রা অপেক্ষা ছোট বা কম হয়।

2. অপ্রকৃত ভগ্নাংশ কাকে বলে? *[বাকাশিবো : '০৫, '০৯(R), '১১(R), '১২(R), '১৬(R), '১৯]*

   অথবা, অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলতে কী বুঝায়?

   উত্তর : $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ আকারের মূলদ ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয় যদি লব $\varphi(x)$-এর মাত্রা হর $\varphi(x)$-এর মাত্রার সমান অথবা বড় বা বেশি হয়।

3. $\frac{3x+1}{(x+1)(x^2+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। *[বাকাশিবো : '১৮]*

   সমাধান : $\frac{3x+1}{(x+1)(x^2+3)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$. (উত্তর)

4. $\frac{x^2-x-1}{(x^2+1)(x+2)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। *[বাকাশিবো : '১৩, '১৫]*

   সমাধান : $\frac{x^2-x-1}{(x^2+1)(x+2)^2} \equiv \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$. (উত্তর)

5. $\frac{x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশের আকারে প্রকাশ কর। *[বাকাশিবো : '১৫]*

   সমাধান : $\frac{x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)^2} \equiv \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$ (উত্তর)

6. $\frac{x^4}{x^4-1}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ আকারে লিখ। *[বাকাশিবো : '১৪(T)]*

   সমাধান : $\frac{x^4}{x^4-1} = \frac{(x^4-1)+1}{x^4-1} = 1 + \frac{1}{x^4-1} = 1 + \frac{1}{(x+1)(x-1)(x^2+1)}$

   $\equiv 1 + \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$ (উত্তর)

7. $\frac{x+2}{(x+1)(x-1)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ আকারে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। *[বাকাশিবো : '১৪(R)]*

   সমাধান : $\frac{x+2}{(x+1)(x-1)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$. (উত্তর)

8. $\frac{x^2+x+3}{(x^2+3)(x+1)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে লেখ। *[বাকাশিবো : '১৪]*

   সমাধান : $\frac{x^2+x+3}{(x^2+3)(x+1)^2} \equiv \frac{Ax+B}{x^2+3} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$. (উত্তর)

9. $\frac{x^2+1}{(x^2-1)(x^2+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে দেখাও। *[বাকাশিবো : '০৫R, '১৫R, '১৩]*

   সমাধান : $\frac{x^2+1}{(x^2-1)(x^2+3)} = \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)(x^2+3)}$

   $\equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+3}$. (উত্তর)

10. $\frac{1}{x^2 + 7x - 18}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে দেখাও। [বাকাশিবো : '১৩

সমাধান : $\frac{1}{x^2 + 7x - 18} = \frac{1}{x^2 + 9x - 2x - 18} = \frac{1}{x(x + 9) - 2(x + 9)} = \frac{1}{(x + 9)(x - 2)}$

$\therefore \frac{1}{x^2 + 7x - 18} = \frac{1}{(x + 9)(x - 2)} \equiv \frac{A}{x + 9} + \frac{B}{x - 2}$. (উত্তর)

11. $\frac{1}{x(x^2 + 5)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবের মাধ্যমে দেখাও। [বাকাশিবো : '১৩(R)

সমাধান : $\frac{1}{x(x^2 + 5)} \equiv \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 5}$ (উত্তর)

12. $\frac{3x + 4}{(x + 1)(x + 2)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [বাকাশিবো : '০২, '০৮, '১২(R)

সমাধান : $\frac{3x + 4}{(x + 1)(x + 2)} \equiv \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{x + 2}$ (উত্তর)

13. $\frac{1}{x(x + 1)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে পরিণত কর। [বাকাশিবো : '১১

সমাধান : $\frac{1}{x(x + 1)} = \frac{1}{x(0 + 1)} + \frac{1}{(-1)(x + 1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1}$ (উত্তর)

14. $\frac{1}{(x - 1)(x^2 + 1)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশরূপে লিখ। [বাকাশিবো : '০৬(R)

উত্তর : $\frac{1}{(x - 1)(x^2 + 1)} \equiv \frac{A}{x + 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1}$

15. $\frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2 (x^2 + 3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [বাকাশিবো : '০৫(R)

সমাধান : $\frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2(x^2 + 3)} \equiv \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 3}$ (উত্তর)

16. $\frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ কর। [বাকাশিবো : '০৫R

সমাধান : $\frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 3)} \equiv \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{(x - 1)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 3}$

17. $\frac{x + 2}{x^2 (x - 1)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [বাকাশিবো : '০৪(R)

সমাধান : $\frac{x + 2}{x^2 (x - 1)^2} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x - 1} + \frac{D}{(x - 1)^2}$ (উত্তর)

18. $\frac{1}{(x + 1)(x^2 + 2)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [বাকাশিবো : '০২R, '০৩(R)

সমাধান : $\frac{1}{(x + 1)(x^2 + 2)} \equiv \frac{A}{x + 1} + \frac{Bx + C}{x^2 + 2}$. (উত্তর)

19. $\frac{1}{(1 - x)(1 + x)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [বাকাশিবো : '০০, '০১R

সমাধান : $\frac{1}{(1 - x)(1 + x)} \equiv \frac{A}{1 - x} + \frac{B}{1 + x}$ (উত্তর)

20. আংশিক ভগ্নাংশ কাকে বলে?

উত্তর : যদি কোনো মূলদ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ কে দুই বা ততোধিক সহজ ভগ্নাংশের যোগফলরূপে প্রকাশ করা হয়, তবে শেষোক্ত ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত ভগ্নাংশের আংশিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

21. $\frac{2x^2 + x + 1}{(x^2 - 9)(x - 1)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{2x^2 + x + 1}{(x^2 - 9)(x - 1)} = \frac{2x^2 + x + 1}{(x - 3)(x + 3)(x - 1)} \equiv \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{x - 1}$ (উত্তর)

22. $\frac{3x^2 + x - 1}{(x-1)^2(x+2)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{3x^2 + x - 1}{(x-1)^2(x+2)} \equiv \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x-1)^2}$. (উত্তর)

23. $\frac{x^4}{x^3 - 1}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{x^4}{x^3-1} = \frac{x(x^3-1)+x}{x^3-1} = \frac{x(x^3-1)}{x^3-1} + \frac{x}{x^3-1} = x + \frac{x}{(x-1)(x^2+x+1)}$

$\therefore \frac{x^4}{x^3-1} \equiv x + \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$. (উত্তর) .

24. মূলক বীজগাণিতীয় ভগ্নাংশ কাকে বলে?

উত্তর : $f(x)/\phi(x)$ এই ধরনের রাশিকে মূলক বীজগাণিতীয় ভগ্নাংশ বলে।

25. অপ্রকৃত ভগ্নাংশ কিরূপে প্রকাশ করা যায়?

উত্তর : অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগের প্রক্রিয়ায় একটি পূর্ণ অংশ ও একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়।

26. যখন অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের মাত্রা সমান হয়, তখন কীভাবে লেখা হয়?

উত্তর : অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের মাত্রা সমান হলে ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে একে $\frac{f(x)}{\phi(x)} = A + \frac{\psi(x)}{\phi(x)}$ আকারে লেখা যায়, যেখানে A একটি ধ্রুব এবং $\psi(x)$ এর মাত্রা $\phi(x)$ এর মাত্রা অপেক্ষা কম।

27. যখন অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবের মাত্রা হরের মাত্রা অপেক্ষা এক বেশি হয় তখন কী আকারে প্রকাশ করা হয়।

উত্তর : যখন অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবের মাত্রা হরের মাত্রা অপেক্ষা এক বেশি হয়, তখন $\frac{f(x)}{\phi(x)} = Ax + B + \frac{\psi(x)}{\phi(x)}$ আকারে লেখা হয়, যেখানে $\frac{\psi(x)}{\phi(x)}$ প্রকৃতি ভগ্নাংশ এবং A ও B ধ্রুবক।

28. $\frac{x^2}{x^3 - 1}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করুন।

উত্তর : $\frac{x^2}{x^3-1} \equiv \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$

29. $\frac{x^3 + 1}{x(x^2 + 1)^2}$ -এর আংশিক ভগ্নাংশের ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

উত্তর : $\frac{x^3+1}{x(x^2+1)^2} \equiv \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+F}{(x^2+1)^2}$

30. $\frac{5x - 12}{(x+2)(x^2 - 2x + 3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{5x-12}{(x+2)(x^2-2x+3)} \equiv \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+3}$

31. $\frac{5x + 3}{(x+1)(x+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ আকারে লেখ।

সমাধান : $\frac{5x+3}{(x+1)(x+3)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3}$ (উত্তর)

32. $\frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ আকারে লেখ।

সমাধান : $\frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x^2-2x-x+2} = \frac{1}{x(x-2)-1(x-2)} = \frac{1}{(x-2)(x-1)}$

$\therefore \frac{1}{x^2-3x+2} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-1}$

33. $\frac{x+1}{x^2(x+1)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ আকারে লেখ।

সমাধান : $\frac{x+1}{x^2(x+1)^2} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2}$ (উত্তর)

34. $\frac{7x^2-x+1}{(x-2)^2(x+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে দেখাও।

সমাধান : $\frac{7x^2-x+1}{(x-2)^2(x+3)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{x+3}$ (উত্তর)

35. $\frac{3x^2-x+2}{(x^2-4)(x+1)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{3x^2-x+2}{(x^2-4)(x+1)} = \frac{3x^2-x+2}{(x-2)(x+2)(x+1)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+1}$

36. $\frac{x^2+x+3}{(x^2+3)(x+10)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে আকারে লেখ।

সমাধান : $\frac{x^2+x+3}{(x^2+3)(x+10)^2} \equiv \frac{Ax+B}{x^2+3} + \frac{C}{x+10} + \frac{D}{(x+10)^2}$

37. $\frac{x^4}{x^3+1}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সমাধান : $\frac{x^4}{x^3+1} = \frac{x(x^3+1)-x}{x^3+1} = \frac{x(x^3+1)}{x^3+1} - \frac{x}{x^3+1} = x - \frac{x}{(x+1)(x-x+1)}$

$\equiv x - \left\{\frac{A}{x+1} - \frac{Bx+C}{x^2-x+1}\right\} \equiv x - \frac{A}{x+1} - \frac{Bx+C}{x^2-x+1}$

38. $\frac{1}{(x+1)(x^2+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে ধ্রুবকের আকারে লেখ।

সমাধান : $\frac{1}{(x+1)(x^2+3)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+3}$ (উত্তর)